

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И СИСТЕМ

**Коваль Никита Сергеевич**

**Выпускная квалификационная работа бакалавра**

**Фильтрация волнения в системе динамического  
позиционирования морских судов**

Направление 010300

Фундаментальная информатика и информационные технологии

Научный руководитель,  
доктор физ.-мат. наук,  
профессор  
Веремей Е.И.

Санкт-Петербург

2016

# Оглавление

Введение.....	3
Постановка задачи .....	5
Обзор литературы .....	7
Глава 1. Математические модели в задаче динамического позиционирования морских судов .....	9
1.1. Математическая модель морского судна.....	9
1.2. Математические модели внешнего возмущения и волнения.....	11
Глава 2. Синтез законов управления процессом позиционирования .....	13
2.1. Подход, основанный на оценке вектора внешних возмущений .....	13
2.2. Динамическая коррекция закона управления .....	14
Глава 3. Частотные особенности систем управления .....	16
3.1. Передаточные матрицы линейных стационарных систем.....	16
3.2. Линеаризация уравнений движения.....	17
3.3. Построение амплитудно-частотных характеристик в среде MATLAB .....	18
Глава 4. Компьютерная модель системы управления .....	20
4.1. Структура компьютерных моделей динамических систем .....	20
4.2. Реализация компонентов компьютерной модели .....	23
Глава 5. Результаты имитационного моделирования .....	27
5.1. Параметры математической модели надводного судна и законов управления .....	27
5.2. Сравнение амплитудно-частотных характеристик.....	29
для различных законов управления .....	29
5.3. Анализ качества функционирования систем управления.....	32
Выводы .....	37
Заключение .....	38
Список литературы .....	39
Приложение .....	41

## Введение

Система динамического позиционирования (ДП) – это комплекс аппаратного и программного обеспечения, предназначенного для перевода морского судна в желаемое положение на горизонтальной плоскости и для последующего удержания его в этом положении.

Этот комплекс включает в себя измерительные и исполнительные устройства, а также центральный бортовой компьютер, реализующий обработку поступающей информации по заданному алгоритму (закону управления) с выработкой управляющих сигналов, подаваемых на приводы.

Существенной особенностью системы является то, что удержание судна в заданном положении должно осуществляться исключительно с помощью исполнительных органов, находящихся на борту. В качестве таковых выступают основные движители, подруливающие устройства, рулевые колонки Арнессона и т.д. Это позволяет эксплуатировать систему при работе судна в акваториях, имеющих большую глубину.

Заметим, что применение системы ДП не является единственным способом удержания судна в заданном положении: в частности, может быть применена система якорей. Однако такой подход, хоть он и хорошо решает поставленную задачу, но не всегда применим. Во-первых, такая технология не реализуема в морских районах с большими глубинами. Во-вторых, смена желаемого положения занимает больше времени и более сложна, чем для системы ДП.

На практике, система динамического позиционирования не может обеспечить полностью неподвижное положение судна. Причиной этому являются как различные внешние возмущения, например, ветер, течения и волнения, так и конечная точность измерительных устройств. В то же время, операции, использующие динамическое позиционирование, требуют высокой точности стабилизации судна. Выход за пределы допустимых ограничений

может привести к сбоям или даже авариям во время исполнения операций. Это, в свою очередь может повлечь за собой серьезные экономические и экологические проблемы.

Задача ДП для морских надводных объектов является одной из важных проблем современного судоходства. Количество судов, которые используют системы динамического позиционирования, увеличивается в последние годы из-за повышенного интереса к разведке природных ресурсов в мировом океане. Наряду с этим, существует еще множество других направлений, в рамках которых применяется системы динамического позиционирования. К ним относятся обеспечение водолазных работ, укладка подводных труб и кабелей, транспортное снабжение, исследовательские задачи и т.д.

## Постановка задачи

Целью настоящей работы является анализ двух возможных подходов к решению задачи синтеза законов управления в системе ДП. Оба подхода могут быть применены для одной и той же модели судна, однако они базируются на различных идеологиях учета действия внешних возмущений на замкнутую систему.

Как было отмечено выше, под задачей ДП будем понимать удержание морского судна в определенной точке горизонтальной плоскости с заданным курсовым углом. При этом используются управляющие силы и момент, формируемые приводами бортовых исполнительных органов.

В подавляющем большинстве практических ситуаций измерению подлежат только положение и курс судна. Измерение скорости является технически более сложной задачей, которая чаще всего не решается в системах ДП, т.е. информацию о скорости будем считать недоступной.

Существуют различные технологии измерения положения судна в пространстве. Наиболее распространенными являются системы HPR – гидроакустическая система ориентации и DGPS – наземная система повышения точности сигналов GPS. Погрешность этих систем составляет не больше 1 метра. Для измерения курса судна используется гирокомпас. Его погрешность составляет  $0,1^\circ$ .

Закон управления процессом ДП обычно состоит из базовой стабилизирующей части и дополнительного слагаемого, позволяющего обеспечить желаемую реакцию на внешние возмущения. Это слагаемое существенно различается для исследуемых вариантов законов управления. Для реализации базовой части необходимо наличие измерений положения и скорости судна. Поскольку скорость непосредственно не измеряется, используется ее оценка, получаемая с помощью нелинейных асимптотических наблюдателей.

Наибольший интерес представляет собой реакция рассматриваемых систем на внешние возмущающие воздействия. Причинами их возникновения обычно служат ветер, течения и морское волнение. Наличие возмущений влечет за собой отклонение судна от желаемого положения, что требует соответствующего вмешательства со стороны системы управления. Естественным, что мера этого вмешательства определяется характеристиками внешних воздействий.

Отметим, что в силу конструктивных особенностей приводов исполнительных органов, их эффективность является достаточно высокой на малых частотах, но резко уменьшается на центральных частотах морского волнения. В силу этого обстоятельства, при проектировании системы управления ДП обеспечивают высокую интенсивность работы приводов для компенсации постоянных и медленно меняющихся воздействий. Однако для морского волнения реакция системы управления должна быть предельно слабой, поскольку компенсация воздействия волнения невозможна, а бесполезная интенсивная работа приводов на высоких частотах приводит к их износу.

Для ослабления указанной реакции в состав закона управления вводят различные динамические фильтры, которые подавляют составляющую управляющего сигнала, порождаемую морским волнением. Основной целью данной работы является сравнение динамических свойств замкнутых систем с различными способами фильтрации в законе управления.

## Обзор литературы

Первые попытки решения задачи динамического позиционирования предпринимались в 60-е годы прошлого столетия. Это были простые конструкции, состоящие из PID-регуляторов и фильтров низких частот.

В 70-е годы появляются более совершенные системы, которые основаны на применении фильтров Калмана. Впервые этот подход был предложен в 1976 в работе Balchen, Jenssen, и Saelid [1], а в 1983 году алгоритм был улучшен для функционирования в широком диапазоне условий окружающей среды. Далее (Fung and Grimble, 1983 [3]) был предложен алгоритм автоматической настройки матриц фильтра Калмана. Несмотря на улучшение алгоритма фильтрации и оценки вектора состояния, полученный регуляторы не давали высокого качества процессов управления.

Применение указанных выше систем предполагало выполнение линеаризации уравнений движения для заданных курсовых углов определяемых равномерным разбиением отрезка  $[0, 360^\circ]$ . Однако такие системы были громоздкими и содержали большое число параметров, что усложняло настройку асимптотического наблюдателя. Кроме того, такой подход гарантировал лишь локальную асимптотическую устойчивость положения равновесия.

В 90-е годы появились исследования нелинейных систем, которые были нацелены на преодоление указанных недостатков. Главным доводом в пользу использования нелинейных законов управления служит отсутствие проблем, связанных с линеаризацией, и, как следствие, уменьшение количества настраиваемых параметров.

В работах Fossen и Strand [2], Strand и Fossen [7] и Strand [6] описано функционирование нелинейного асимптотического наблюдателя с адаптивной фильтрацией волнения. В статье Loria, Fossen, Panteley [4] авторы предложили закон управления с использованием указанного

наблюдателя.

В статье Е. Veremey [9] предложен иной подход к обеспечению астатизма и фильтрующих свойств замкнутой системы, базирующийся на использовании динамического корректора,



# Глава 1. Математические модели в задаче динамического позиционирования морских судов

## 1.1. Математическая модель морского судна

В качестве математической модели судна примем систему дифференциальных уравнений, описанную в книге [8]:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} &= -\mathbf{D}\mathbf{v} + \boldsymbol{\tau} + \mathbf{b}(t), \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{R}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

В этой модели полагается, что изменения крена и дифферента малы, и, таким образом, их можно не включать в состав уравнений. Это значит, что судно рассматривается, как твердое тело, которое перемещается в плоскости, то есть имеет три степени свободы (рис. 1).

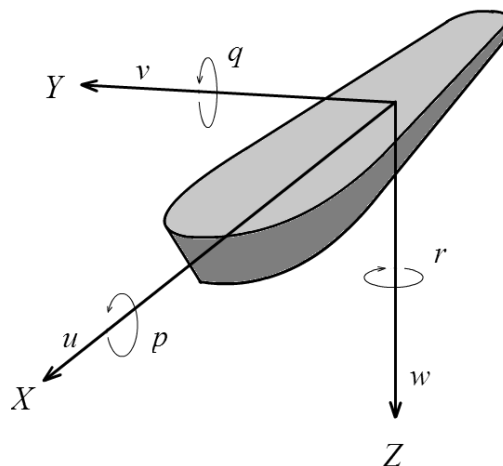


Рис. 1. Расположение репера связанного с судном.  $u$ ,  $v$  и  $w$  – скорости вдоль осей связанного с судном репера.  $p$ ,  $q$ ,  $r$  – скорости углов крена, дифферента и курса соответственно.

Вектор  $\boldsymbol{\eta} = (x, y, \psi)$  – описывает положение на плоскости и направления курса судна в репере  $O_E X_E Y_E$ , связанным с землёй,  $\mathbf{v} = (u, v, r)$  –

вектор, который состоит из скоростей, выраженных в репере  $OXY$ , связанным с судном. Расположение этих реперы проиллюстрировано на рис.2. Эти компоненты описывают продольную, поперечную скорость и скорость курса судна.  $\tau$  – вектор сил и момента, которые обеспечиваются исполнительной системой,  $b$  – внешние возмущения, такие как ветер, волны и течения.  $M$  – постоянная симметрическая положительно определенная матрица инерции,  $D$  – постоянная, положительно определенная матрица демпфирования.

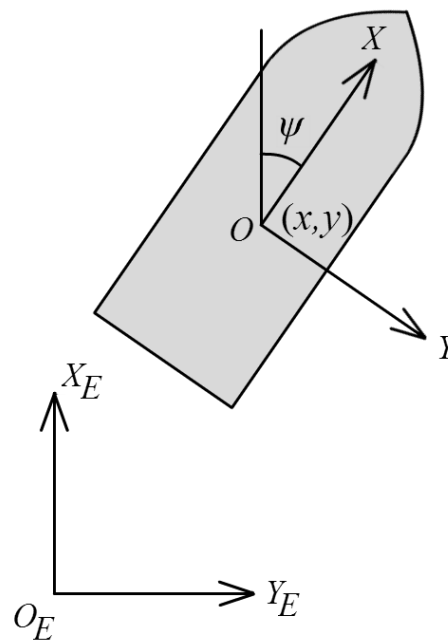


Рис. 2 Земная система координат и связанная система координат

Здесь  $R(\eta)$  – матрица вращений, которая используется для описания кинематики твердого тела и осуществляет преобразование скорости из связанной с судном системы координат в земную систему.

$$R(\eta) = R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрица  $R(\psi)$  является ортогональной, то есть  $R^{-1}(\psi) = R^T(\psi)$ .

## 1.2. Математические модели внешнего возмущения и волнения

В этом параграфе кратко представлена модель внешних возмущений, которые подробно описаны в работе [8]. Эта модель непосредственно используется в одном из рассматриваемых подходов к построению закона управления, а также применяется при проведении имитационного моделирования в численных экспериментах.

Для описания медленно меняющихся сил, которые воздействуют на судно, используется процесс Маркова первого порядка

$$\dot{\mathbf{b}} = -\mathbf{T}^{-1}\mathbf{b} + \mathbf{\Psi}\mathbf{n}. \quad (1.2)$$

В этом уравнении  $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^3$  – вектор медленно меняющихся сил и момента,  $\mathbf{n} \in \mathbf{R}^3$  – белый шум,  $\mathbf{T} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  диагональная положительно определенная матрица,  $\mathbf{\Psi} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  – матрица, масштабирующая возмущения по компонентам.

Модель морского волнения выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \mathbf{\Omega}\xi + \mathbf{\Sigma}\mathbf{w}, \\ \eta_w &= \mathbf{\Gamma}\xi. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $\xi \in \mathbf{R}^6$  – вектор состояния модели,  $\mathbf{w} \in \mathbf{R}^3$  – белый шум,  $\eta_w \in \mathbf{R}^3$  – составляющая измерительного сигнала, которая появляется из-за волнения. Матрицы в уравнении имеют следующий вид:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_{01}^2 & 0 & 0 & -2\zeta_1\omega_{01} & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_{02}^2 & 0 & 0 & -2\zeta_2\omega_{02} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_{03}^2 & 0 & 0 & -2\zeta_3\omega_{03} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}, \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Параметры  $\omega_{oi}(i=1..3)$  являются центральными частотами волнения,  $\varsigma_{oi}(i=1..3)$  – коэффициенты затухания,  $\sigma_o(i=1..3)$  – интенсивность волнения по каждой из компонент.

Как отмечалось выше, на измеренный сигнал влияют погрешности в измерениях. Тогда он представим в виде суммы

$$\mathbf{y} = \mathbf{\eta} + \mathbf{v}, \quad (1.4)$$

где  $\mathbf{\eta}$  – положение судна,  $\mathbf{v}$  – белый шум.

## **Глава 2. Синтез законов управления процессом позиционирования**

В этой главе представлены два варианта законов управления по принципу обратной связи для задачи динамического позиционирования. Они включают в себя асимптотические наблюдатели и формирователи сигналов управления. Кроме того, в состав этих законов могут входить дополнительные элементы (корректоры). Для каждого из рассматриваемых вариантов в указанных выше статьях доказана глобальная асимптотическая устойчивость системы и наличие единственного положения равновесия.

Закон управления состоит из двух слагаемых. Первым из них является базовый регулятор, который представлен следующим уравнением, общим для рассматриваемых систем:

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{R}^T(\mathbf{y})\mathbf{K}_p(\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_d) - \mathbf{K}_d\mathbf{v}. \quad (2.1)$$

Регулятор (2.1) обеспечивает необходимое положение равновесия при отсутствии возмущений.

Задача остальных слагаемых состоит в обеспечении астатического свойства системы, определяющего компенсацию постоянных или медленно меняющихся воздействий внешней среды. В рассматриваемых вариантах применяются различные подходы к обеспечению этого свойства, соответственно отличаются и слагаемые, обеспечивающие эти свойства.

### **2.1. Подход, основанный на оценке вектора внешних возмущений**

В основе закона управления, предложенного в работах [2] и [4] (Т. Fossen), лежит введение в вектор состояния наблюдателя не только скорости и положения судна, но и компоненты, определяющей внешние

возмущения. Так же вектор положения разделяется на две компоненты: медленно меняющуюся и гармоническую компоненту. Соответствующий нелинейный асимптотический наблюдатель, входящий в состав закона управления, строится на основании уравнений (1.1) – (1.3) и имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_\xi &= \mathbf{\Omega} \mathbf{z}_\xi + \mathbf{K}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_y, \\ \mathbf{z}_\eta &= \mathbf{R}(\mathbf{y}) \mathbf{z}_v + \mathbf{K}_2 \boldsymbol{\varepsilon}_y, \\ \mathbf{z}_b &= -\mathbf{T}^{-1} \mathbf{z}_b + \mathbf{K}_3 \boldsymbol{\varepsilon}_y, \\ \mathbf{M} \mathbf{z}_v &= -\mathbf{D} \mathbf{z}_v + \mathbf{R}^T(\mathbf{y}) \mathbf{z}_b + \boldsymbol{\tau} + \mathbf{R}^T(\mathbf{y}) \mathbf{K}_4 \boldsymbol{\varepsilon}_y, \\ \mathbf{z}_y &= \mathbf{z}_\eta + \mathbf{\Gamma} \mathbf{z}_\xi. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь  $\boldsymbol{\varepsilon}_y = \mathbf{y} - \mathbf{z}_y$ ;  $\mathbf{z}_\eta$ ,  $\mathbf{z}_\xi$  – соответственно медленно меняющаяся и гармоническая компонента положения судна,  $\mathbf{z}_b$  – оценка вектора внешних возмущений.  $\mathbf{K}_1 \in R^{6 \times 3}$ ,  $\mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3, \mathbf{K}_4 \in R^{3 \times 3}$  – масштабирующие матрицы. При этом управляющий сигнал формируется следующим образом:

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{R}^T(\mathbf{y}) \mathbf{K}_p (\mathbf{z}_\eta - \boldsymbol{\eta}_d) - \mathbf{K}_d \mathbf{z}_v - \mathbf{R}^T(\mathbf{y}) \mathbf{z}_b. \quad (2.3)$$

## 2.2. Динамическая коррекция закона управления

Теперь рассмотрим иной вариант закона управления, предложенный в статье [9] (Е. Veremey), который базируется на другом способе обеспечения астатизма системы. Асимптотический наблюдатель в этом законе оценивает лишь те компоненты вектора состояния, которые непосредственно относятся к судну, т.е. его положение и скорость:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_\eta &= \mathbf{R}(\mathbf{y}) \mathbf{z}_v + \Lambda_1 \boldsymbol{\varepsilon}_\eta, \\ \mathbf{M} \mathbf{z}_v &= -\mathbf{D} \mathbf{z}_v + \boldsymbol{\tau} + \mathbf{R}^T(\mathbf{y}) \Lambda_2 \boldsymbol{\varepsilon}_\eta. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь  $\boldsymbol{\varepsilon}_\eta = \boldsymbol{\eta} - \mathbf{z}_\eta$ ,  $\Lambda_1, \Lambda_2 \in R^{3 \times 3}$  – диагональные масштабирующие матрицы.

Управляющий сигнал в законе управления состоит из базовой части и выхода динамического корректора:

$$\tau = -\mathbf{R}^T(\mathbf{y})\mathbf{K}_p(\mathbf{z}_\eta - \boldsymbol{\eta}_d) - \mathbf{K}_d\mathbf{z}_v + \mathbf{F}(p)\boldsymbol{\varepsilon}_\eta, \quad p = d/dt, \quad (2.5)$$

где  $\mathbf{F}(p)$  – передаточная матрица корректора.

В простом случае эта матрица может быть выбрана постоянной для обеспечения астатизма системы без фильтрации гармонической составляющей внешнего возмущения. Как показано в упомянутой работе, для выбранного желаемого положения эта матрица имеет вид:

$$\mathbf{K}_\Delta = -(\mathbf{D} + \mathbf{K}_d)\mathbf{R}^T(\psi_d)\mathbf{K}_2 - \mathbf{R}^T(\psi_d)(\mathbf{K}_p + \mathbf{K}_1).$$

Такой подход может использоваться, если морское волнение не существенно влияет на движение судна.

Если гармонические колебания существенны, следует использовать более сложные варианты матрицы  $\mathbf{F}(p)$ . Уравнение корректора может быть представлено в виде модели пространства состояний следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}} &= \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\varepsilon}_\eta, \\ \boldsymbol{\xi} &= \boldsymbol{\gamma}\mathbf{p} + \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\varepsilon}_\eta, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где  $\mathbf{p} \in R^6$  – вектор состояния корректора,  $\boldsymbol{\xi} \in R^3$ ,  $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\mu}$  – матрицы соответствующих размерностей такие, что  $\mathbf{F}(p) \equiv \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{E}p - \boldsymbol{\alpha})^{-1}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\mu}$ .

## Глава 3. Частотные особенности систем управления

Один из способов анализа реакции системы на гармонические возмущения является исследование амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) передаточной матрицы системы управления. В этой главе представлено краткое описание данной конструкции на математическом (книги [10] и [11]) и программном (книги [11] и [14]) уровне с использованием среды MATLAB.

### 3.1. Передаточные матрицы линейных стационарных систем

Пусть динамика объекта описывается линейной стационарной системой уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Здесь  $\mathbf{x} \in R^n$  – вектор состояния,  $\mathbf{u} \in R^m$ ,  $\mathbf{y} \in R^k$  – выходной и выходной вектора системы соответственно,  $n, m, k$  – натуральные числа;  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  – постоянные матрицы соответствующих размерностей. Данное уравнение является представлением модели в пространстве состояний.

Представим данное уравнение в изображениях по Лапласу:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}(s)\mathbf{U},$$

где  $\mathbf{Y}$  и  $\mathbf{U}$  – изображения по Лапласу функций  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{y}$  соответственно,  $\mathbf{H}(s)$  – передаточная матрица системы. Она выражается формулой:

$$\mathbf{H}(s) \equiv \mathbf{C}(\mathbf{E}s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}.\tag{3.2}$$

Функция частоты  $\mathbf{A}(\omega) = |\mathbf{H}(j\omega)|$  называется амплитудно-частотной характеристикой системы управления. Для конкретной частоты гармонического сигнала  $\mathbf{U}$  она показывает, во сколько раз изменяется его



амплитуда при воздействии на него оператором  $\mathbf{H}(s)$ .

### 3.2. Линеаризация уравнений движения

Так как мы имеем дело с нелинейной системой, для использования АЧХ необходимо рассмотреть линейное приближение уравнений динамики. Это можно сделать путем задания конкретного угла  $\psi = \psi_d$  для матрицы  $\mathbf{R}(\psi)$ .

Для анализа реакции системы управления построим передаточную матрицу от внешних возмущений к управляющим сигналам.

Сначала рассмотрим представление модели судна в пространстве состояний. Линейное приближение уравнений (1.1) в окрестности желаемого угла совместно с уравнением измерения (1.4), будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_m \mathbf{x} + \mathbf{B}_m \mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_m \mathbf{x} + \mathbf{D}_m \mathbf{u},\end{aligned}\tag{3.3}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^T & \boldsymbol{\eta}^T \end{bmatrix}^T, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}^T & \mathbf{b}^T \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} -M^{-1}\mathbf{D} & 0 \\ \mathbf{R}(\psi_d) & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} M^{-1} & M^{-1}\mathbf{R}^T(\psi_d) \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_m = \begin{bmatrix} 0 & E^{3 \times 3} \end{bmatrix}, \mathbf{D}_m = \mathbf{O}_{3 \times 3}.$$

В общем виде линейное приближение закона управления представляется формулой:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A}_c \mathbf{z} + \mathbf{F}_c (\mathbf{y} - \mathbf{C}_c \mathbf{z}), \\ \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{K}_c \mathbf{z} + \mathbf{D}_c (\mathbf{y} - \mathbf{C}_c \mathbf{z}),\end{aligned}$$

которая в пространстве состояний примет вид:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= (\mathbf{A}_c - \mathbf{F}_c \mathbf{C}_c) \mathbf{z} + \mathbf{F}_c \mathbf{y}, \\ \boldsymbol{\tau} &= (\mathbf{K}_c - \mathbf{D}_c \mathbf{C}_c) \mathbf{z} + \mathbf{D}_c \mathbf{y}.\end{aligned}\tag{3.4}$$

Согласно формулам (2.2) – (2.3), параметры уравнения (3.3) для первой системы уравнения примут следующие значения:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{\Omega} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{R}(\psi_d) \\ 0 & 0 & -\mathbf{T}^{-1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{R}^T(\psi_d)\mathbf{K}_p & 0 & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{D} + \mathbf{K}_d) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_3 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{R}^T(\psi_d)\mathbf{K}_4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_c = [\mathbf{\Gamma} \quad \mathbf{E}_3 \quad 0 \quad 0], \mathbf{K}_c = [0 \quad -\mathbf{R}^T(\psi_d)\mathbf{K}_p \quad -\mathbf{R}^T(\psi_d) \quad -\mathbf{K}_d], \mathbf{D}_c = \mathbf{O}_{3 \times 3}.$$

Для закона управления (2.4) – (2.6) эти матрицы выглядят следующим образом:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\gamma & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{D} + \mathbf{K}_d) & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{R}^T(\psi_d)\mathbf{K}_p \\ 0 & \mathbf{R}(\psi_d) & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_c = \begin{bmatrix} \beta \\ \mathbf{M}^{-1}(\mu + \mathbf{R}^T(\psi_d)\Lambda_1) \\ \Lambda_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_c = [0 \quad 0 \quad \mathbf{E}_3], \mathbf{K}_c = [\gamma \quad -\mathbf{K}_d \quad -\mathbf{R}^T(\psi_d)\mathbf{K}_p], \mathbf{D}_c = \mu.$$

Полученные уравнения для модели судна и закона управления можно представить в изображениях по Лапласу, используя формулу (3.2). Тогда уравнения примут вид:

$$\mathbf{y} = [\mathbf{H}_{11} \quad \mathbf{H}_{12}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}_2 \mathbf{y}.$$

Путем несложных преобразований можно получить передаточную матрицу от внешних воздействий к управляющим сигналам:

$$\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{E}_3 - \mathbf{H}_2 \mathbf{H}_{11})^{-1} \mathbf{H}_2 \mathbf{H}_{12} \mathbf{b}. \quad (3.5)$$

Эта операция в теории ЛТИ систем носит название *замыкание обратной связи*.

### 3.3. Построение амплитудно-частотных характеристик в среде MATLAB

Среда MATLAB имеет в своём составе Control System Toolbox, который поддерживает работу с ЛТИ системами как в пространстве состояний, так и в изображениях по Лапласу.

Для того, чтобы создать LTI в пространстве состояний следует использовать функцию **ss**:

$$\text{sys1} = \text{ss}(A, B, C, D);$$

где матрицы A, B, C, D – параметры формулы (3.1). Для того, чтобы получить передаточную матрицу LTI системы необходимо вызвать функцию **tf**, входным аргументом будет полученная система в ss-форме:

$$\text{sys2} = \text{tf}(\text{sys1});$$

Далее, имея передаточные матрицы объекта и закона управления, можно получить замкнутую систему используя уравнение (3.5). Так же эта операция может осуществляться путем вызова функции **ltf** – замыкание обратной связью.

Итоговый объект является передаточной матрицей от внешних воздействий к управляющему сигналу. Для получения АЧХ при заданной частоте  $\omega_0$  можно использовать функцию **freqresp**

$$r = \text{freqresp}(\text{sys2}, 1i * \omega_0);$$

Код, реализующий данный подход расположен в приложении, в листингах 4 и 5.

## **Глава 4. Компьютерная модель системы управления**

Важными способами исследования систем управления является компьютерное и имитационное моделирование. Основанные на них подходы позволяют проводить эксперименты с помощью вычислительных систем, не прибегая к построению физических моделей и не проводя дорогостоящие натурные испытания. Такие эксперименты предназначены для выявления свойств динамических систем – они помогают выбирать законы управления.

Для компьютерного моделирования динамических объектов используется среда MATLAB с подсистемой программных средств Simulink. Этот инструмент позволяет формировать компьютерные модели динамических систем в визуальном режиме, используя набор стандартных элементов. Simulink работает под управлением пакета прикладных программ MATLAB, и имеет доступ к широкому спектру возможностей, таких как эффективные численные методы, мощные средства обработки данных и научная визуализация. На базе компьютерной модели можно проводить имитационное моделирование динамических процессов. Система дает возможность отображать в специальных блоках данные, полученные в ходе моделирования, или передавать их в рабочую среду MATLAB для дальнейшей обработки. Этот пакет подробно представлен в книгах [12], [13] и [15].

### **4.1. Структура компьютерных моделей динамических систем**

Структуры компьютерных моделей рассматриваемых систем управления представлены на рисунках 3 и 4. Они состоят из пяти главных блоков: External disturbances, Measurement noise, Vessel model, Observer и Controller.

Компьютерная модель внешних возмущений представлена блоком External disturbances. Они состоят из медленно меняющейся компоненты, которая возникает при воздействии ветра и течений, и гармонических колебаний, причиняемых морским волнением.

Реализация модели судна, представленной уравнением (1.1), производится с помощью блока Vessel model. Модель содержит два входных сигнала: возмущение и управление, которые берут свои начала из блоков External disturbances и Controller соответственно. На выходе в этой модели получаем компоненты вектора состояния. Для того, чтобы получить модель измеряемого сигнала  $y$  нужно, согласно уравнению (1.4), сложить выход  $\eta$  модели судна с компонентой, реализующей погрешности измерения. Этой компонентой является выход  $v$  блока Measurement noise. Диапазон шума обусловлен точностью измерительных приборов. Устройство блоков External disturbances, Measurement noise и Vessel полностью совпадает в обоих компьютерных моделях.

Блоки Observer и Controller реализуют составляющие закона управления – наблюдатель и регулятор соответственно. На вход блока Observer, как было сказано выше, поступает положение судна, искаженное измерительными шумами, и управляющий сигнал. На выходе блока формируются оценки вектора состояния модели. Регулятор получает все выходные сигналы наблюдателя, а также измерительный сигнал, содержащий шумы, и желаемое положение (Desired position) для динамического позиционирования судна. Выходом в этом блоке являются управляющий сигнал, поступающий в блоки Vessel model и Observer.

Скорость и положение судна, а также управляющий сигнал передаются в блоки визуализации Scope. Эти данные удобно использовать в среде MATLAB для сравнения результатов работы рассматриваемых систем.



На рисунке 3 приведена Simulink модель первого закона управления. Здесь видно, что выходными сигналами блока Observer являются оценки положения и скорости, а также оценка внешних возмущений. Структура второй компьютерной модели (рис. 4) внешне отличается только выходными сигналами асимптотического наблюдателя. Здесь отсутствуют оценки вектора внешних возмущений.

## 4.2. Реализация компонентов компьютерной модели

Рассмотрим устройство представленных блоков Simulink моделей. Они в основном состоят из интеграторов (Integerator), сумматоров(Add) и усилителей (Matrix Gain). Каждый усилитель содержит параметр рабочей области среды MATLAB, соответствующий его названию. Эти параметры инициализируются при помощи программы из листинга 1, расположенного в приложении. Так же встречаются элементы MATLAB Function, которые реализуют умножение на матрицы  $\mathbf{R}(\eta)$  или  $\mathbf{R}^T(\eta)$ . Код расположенных в них функций представлен в приложении в листингах 2 и 3.

Сначала приведем блоки, которые имеют одинаковую структуру в рассматриваемых компьютерных моделях. Это Vessel, External Disturbances и Measurement Noise. Они расположены на рисунках 5 – 7 соответственно.

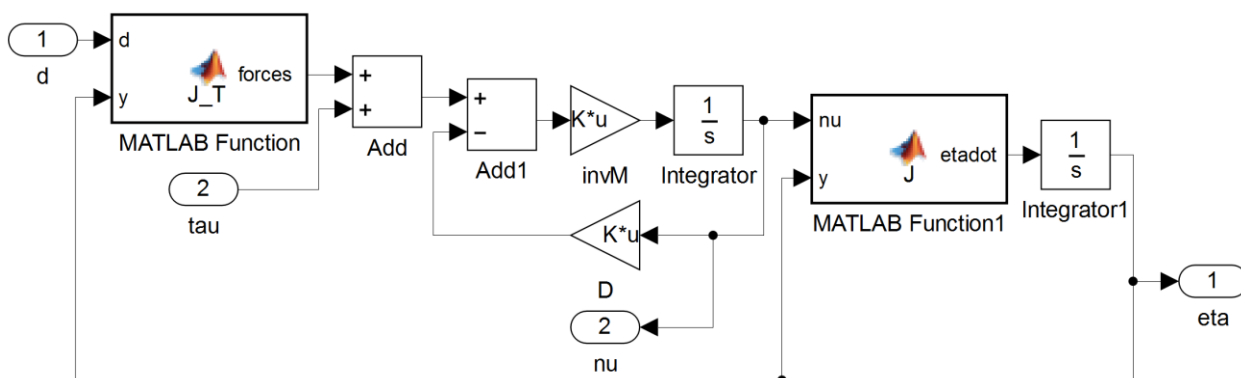


Рис. 5 Блок Vessel

В моделях внешней встречаются элементы Band-Limited White Noise. Они реализуют белый шум, который входит в уравнения (1.2) – (1.3).

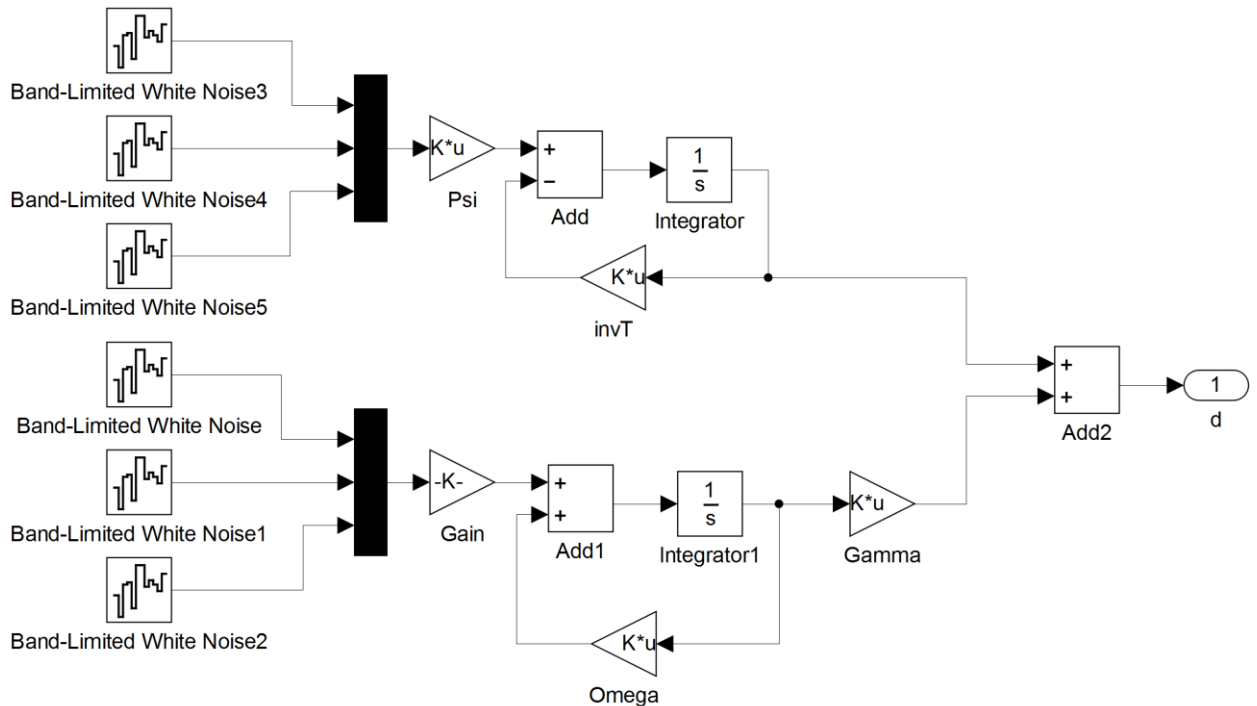


Рис. 6 Блок External disturbances

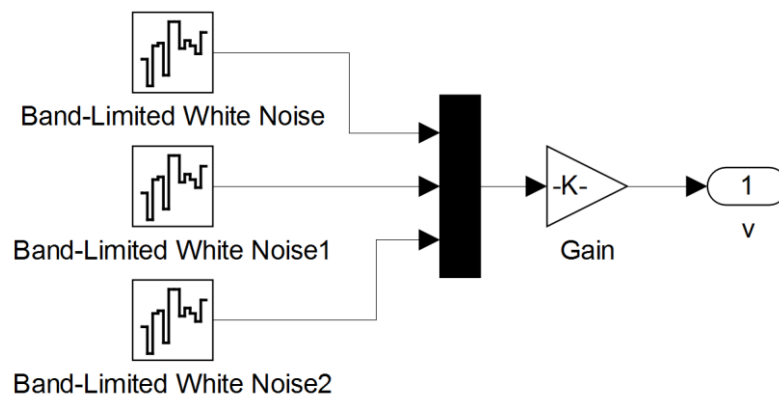


Рис. 7 Блок Measurement noise

Теперь представим структуру блоков законов управления. Как было отмечено выше, каждый закон имеет два блока: Observer и Controller. На рисунках 8, 9 приведена Simulink модель закона управления (2.2) – (2.3).



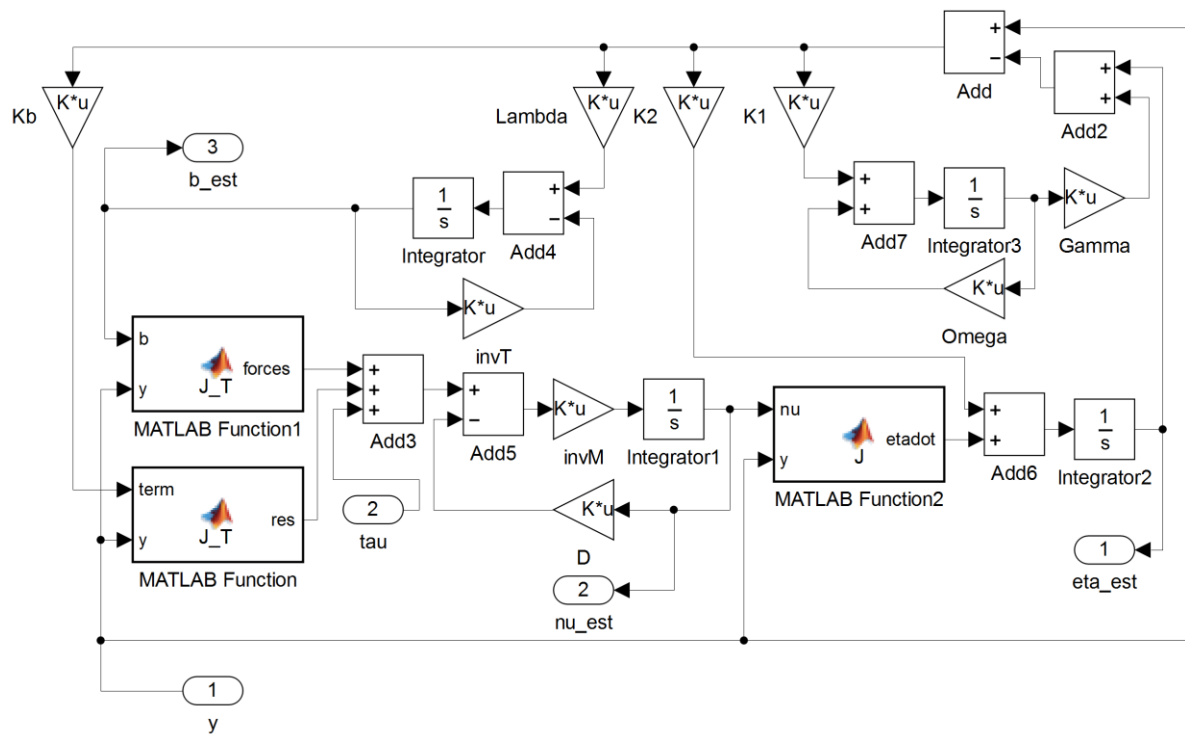


Рис. 8 Блок Observer для закона управления (2.2) – (2.3)

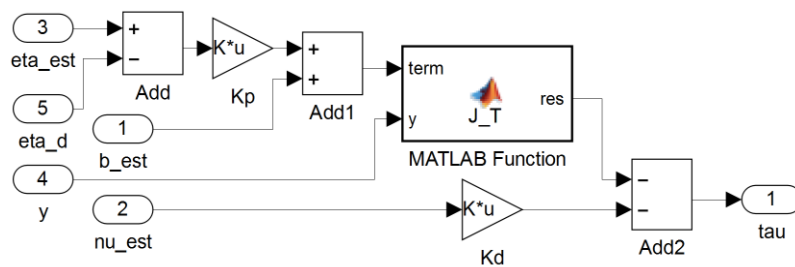


Рис. 9 Блок Controller для закона управления (2.2) – (2.3)

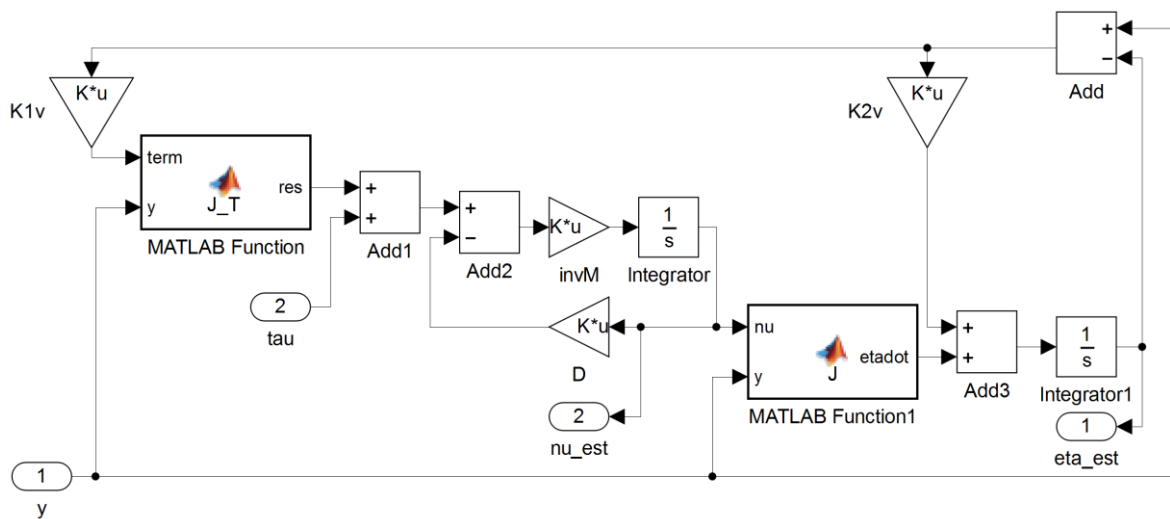
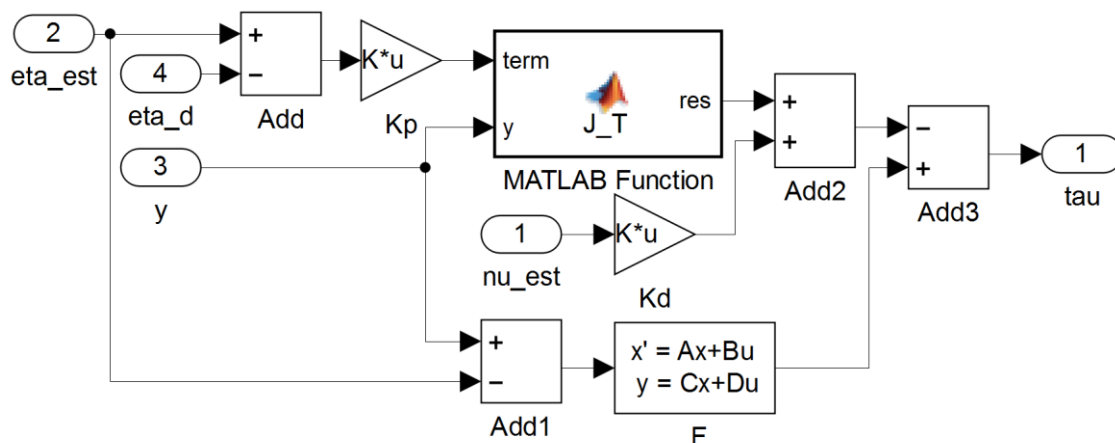


Рис. 10 Блок Observer для закона управления (2.4) – (2.6)



**Рис. 11 Блок Controller для закона управления (2.4) – (2.6)**

Закон управления приведен на рисунках 10, 11. Регулятор содержит элемент  $F$  – модель динамического корректора в пространстве состояний. Параметрами этого элемента являются матрицы, входящие в уравнение (2.6).

## Глава 5. Результаты имитационного моделирования

Для проведения имитационного моделирования процессов, протекающих в системе необходимо задать параметры модели судна и системы управления, которые взяты из работ [2] и [9]. Все данные будут отображаться в специальных графических окнах среды MATLAB. Подробно графические возможности этой системы представлены в руководстве [5].

### 5.1. Параметры математической модели надводного судна и законов управления

Для проведения численного эксперимента было выбрано судно “Northern Clipper”. Длина судна  $L = 76,2$  м, масса  $m = 4,59 \cdot 10^6$ , матрицы модели (1.1) имеют следующие значения:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 5,31122 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 8,2831 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 3,7454 \cdot 10^9 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 5,0242 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 2,7229 \cdot 10^5 & -4,3933 \cdot 10^6 \\ 0 & -4,3933 \cdot 10^6 & 4,1894 \cdot 10^8 \end{bmatrix}.$$

Параметры модели (1.2) взяты следующим образом:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 10^3, \mathbf{\Psi} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 10^5.$$

Главная частота волнения по каждой координате имеет следующее значение:  $\omega_{0i} = 0,8976 (i = 1..3)$ , и соответствует периоду 7 сек,  $\zeta_{0i} = 0,1 (i = 1..3)$ ,  $\sigma_{1,2} = 0,8, \sigma_3 = 0,014$ . Эти параметры определяют модель волнения.

Теперь приведем параметры законов управления. Учитывая рекомендации, приведенные в статье, для матриц  $\mathbf{K}_i$  асимптотического наблюдателя (2.2) были выбраны следующие значения:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} -2,2059 & 0 & 0 \\ 0 & -2,2059 & 0 \\ 0 & 0 & -2,2059 \\ 1,6157 & 0 & 0 \\ 0 & 1,6157 & 0 \\ 0 & 0 & 1,6157 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 1,1 & 0 & 0 \\ 0 & 1,1 & 0 \\ 0 & 0 & 1,1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_4 = \begin{bmatrix} 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 10^9, \mathbf{K}_3 = 0,03\mathbf{K}_4.$$

Значение матриц наблюдателя (2.4) для второго закона управления выбраны следующим образом:

$$\mathbf{\Lambda}_1 = \begin{bmatrix} 1,1 & 0 & 0 \\ 0 & 1,1 & 0 \\ 0 & 0 & 1,1 \end{bmatrix}, \mathbf{\Lambda}_2 = \begin{bmatrix} 0,006 & 0 & 0 \\ 0 & 0,006 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \cdot 10^7.$$

Для описания регуляторов необходимо определить матрицы, которые в базовом законе управления (2.1):

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} 0,0207 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0155 & 0,0439 \\ 0 & 0,0439 & 4,05 \end{bmatrix} \cdot 10^8, \mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 0,0213 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0099 & 0 \\ 0 & 0 & 4,49 \end{bmatrix} \cdot 10^7.$$

Пусть судно в начальный момент времени расположено в начале координат  $x_0 = 0\text{м}$ ,  $y_0 = 0\text{м}$ ,  $\psi_0 = 0^\circ$  при нулевой скорости. Для вектора желаемого положения  $\boldsymbol{\eta}_d = (x_d, y_d, \psi_d)$  примем следующие значения:  $x_0 = 40\text{м}$ ,  $y_0 = 40\text{м}$ ,  $\psi_0 = 45^\circ$ .

В простом случае динамический корректор для данной системы имеет следующий вид:

$$\mathbf{K}_{\Delta} = \begin{bmatrix} -0,0018 & -0,0018 & 0 \\ 0,0016 & -0,0015 & 0 \\ 0 & 0 & -1,0112 \end{bmatrix} \cdot 10^9.$$

Параметры корректора (2.6), который имеет свойство фильтрации, имеют следующие значения:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0228 & -0,302 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,01536 & -0,248 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,03204 & -0,358 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\beta} = \begin{bmatrix} 0,01736 & 0,0169 & 0 \\ 0,00178 & 0,0008 & 0 \\ -0,01532 & 0,0148 & 0,00025 \\ -0,00174 & 0,0008 & -0,00074 \\ -0,0001 & 0,0001 & 9,5199 \\ 0,00025 & -0,00025 & 0,62417 \end{bmatrix} \cdot 10^8, \mathbf{\gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

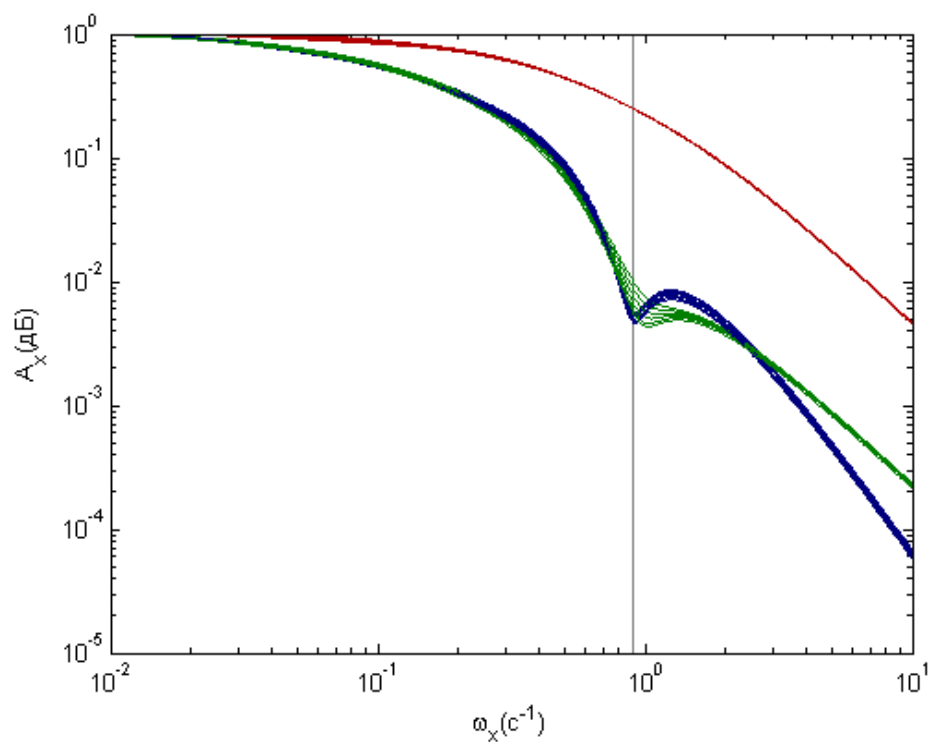
$$\mathbf{\mu} = \begin{bmatrix} -0,010636 & -0,00716 & 0,01174 \\ 0,0078 & -0,00503 & 0,00281 \\ -0,0012135 & 0,00121 & -5,9240 \end{bmatrix} \cdot 10^7.$$

## 5.2. Сравнение амплитудно-частотных характеристик для различных законов управления

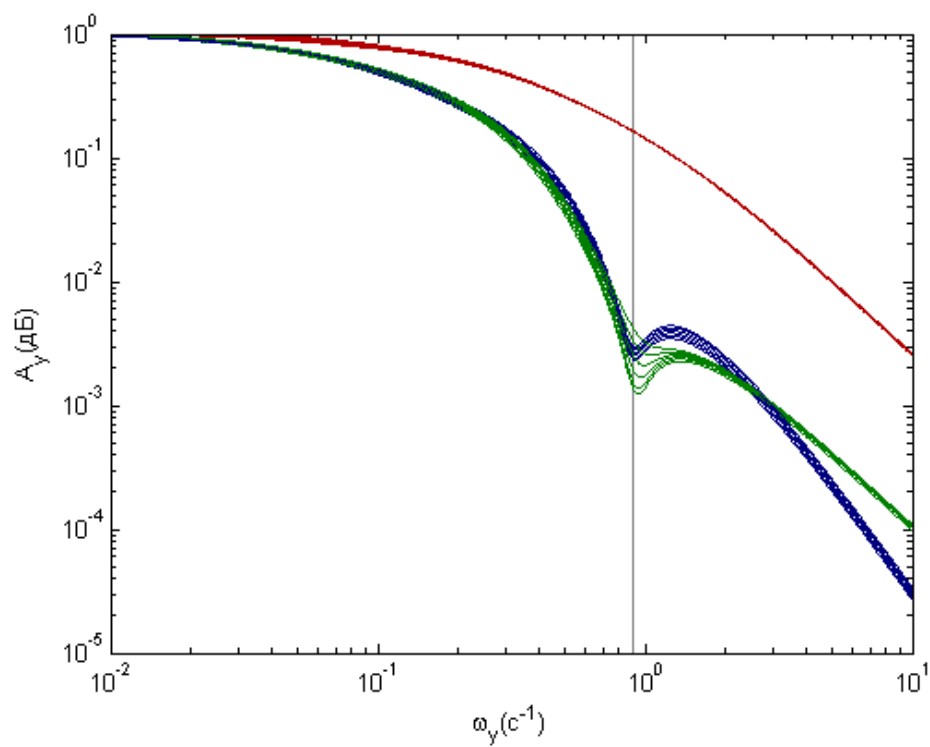
На рисунках 12 – 14 изображены АЧХ систем при разных углах, близких к желаемому ( $\Delta\psi = 15^\circ$ ).

Закон управления (2.2) – (2.3) представлен синим цветом, (2.4) – (2.6) – зеленым. Серая вертикальная черта – главная частота  $\omega_0 = 0,8976$  морского волнения. На графиках видно, что при низкочастотных возмущениях системы обеспечивают похожие реакции. Как и ожидалось, АЧХ резко

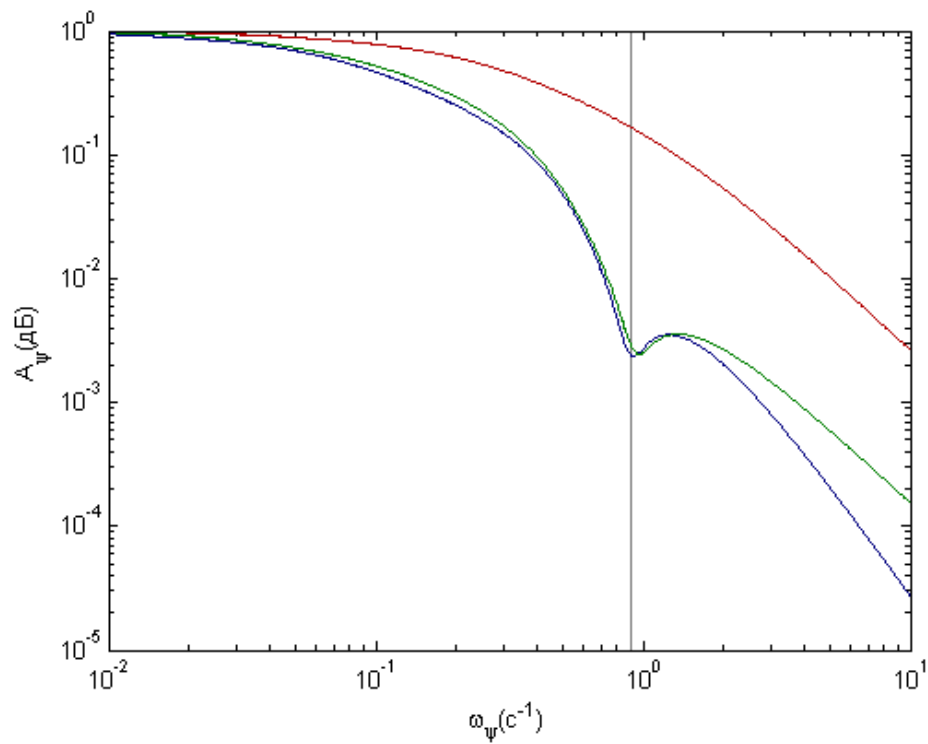
уменьшается в окрестности частоты  $\omega_0$ . В целом, как видно из рисунков, системы имеют похожие реакции на внешние возмущения.



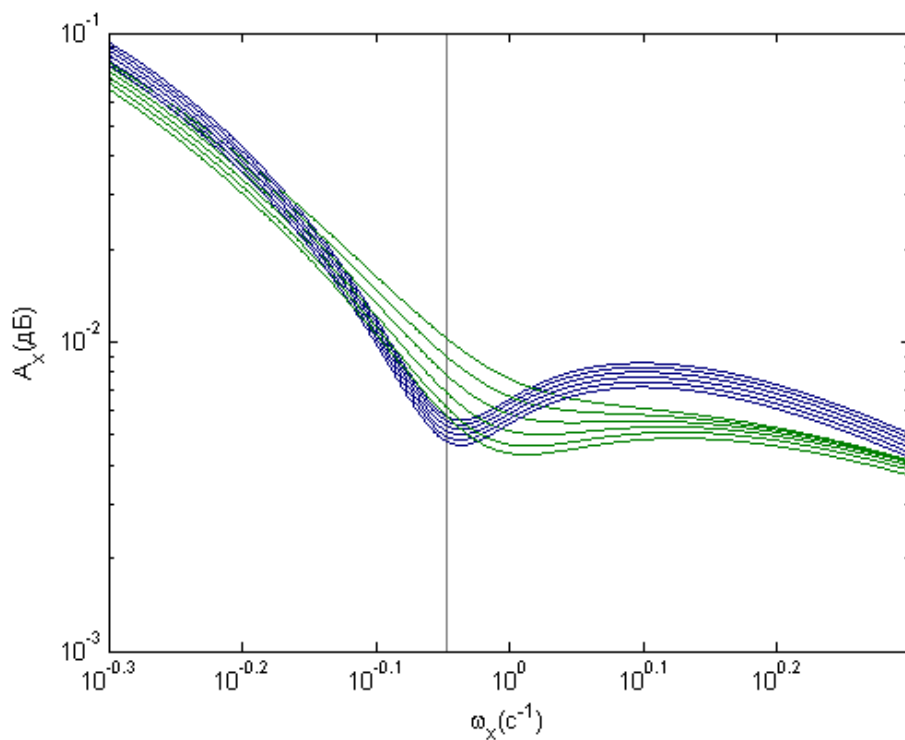
**Рис. 12 АЧХ системы по компоненте x**



**Рис. 13 АЧХ системы по компоненте y**



**Рис. 14 АЧХ системы по компоненте  $\psi$**



**Рис. 15 АЧХ системы на высоких частотах по компоненте  $x$**

Так же для сравнения приводится АЧХ упрощенного варианта системы (2.4) – (2.6) (без фильтрации). На рисунках 12 – 14 она представлена красным цветом. Как видно, реакция системы на главную частоту волнения

существенно выше систем с фильтрацией.

Если рассмотреть характер изменения АЧХ при меняющихся углах функционирования в окрестности главной частоты (рис. 15), то можно увидеть, что вторая система более чувствительна к изменению угла. Но в целом, система не теряет фильтрующих свойств.

### 5.3. Анализ качества функционирования систем управления

Рассмотрим результаты работы компьютерных моделей, представленных в Главе 4. Далее, на всех рисунках система (2.2) – (2.3) будет обозначена синим цветом, а (2.4) – (2.6) – зеленым.

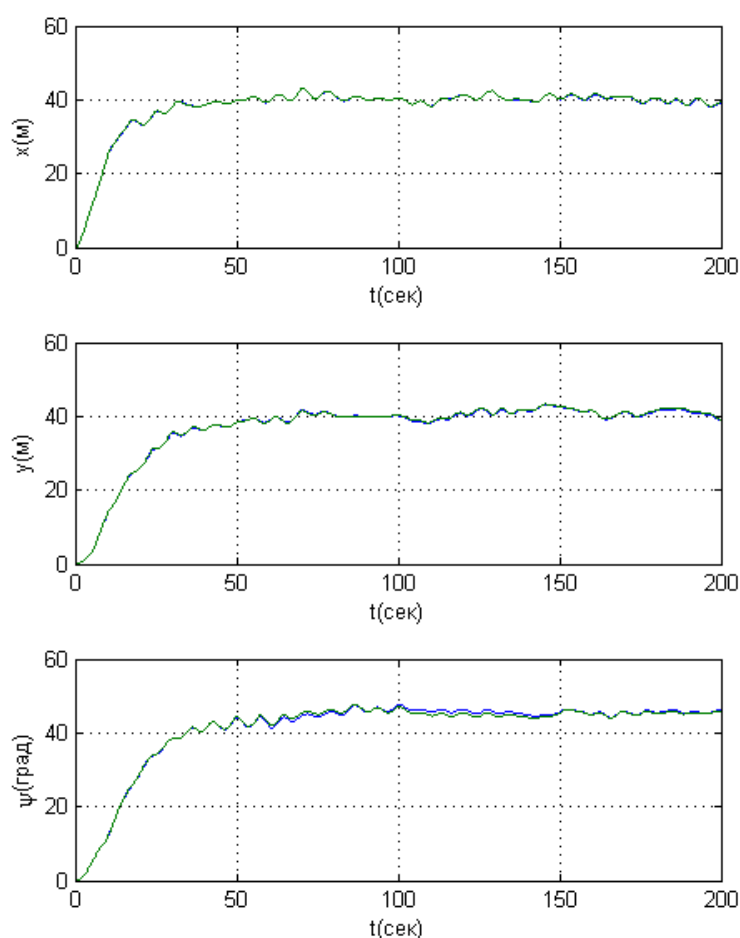
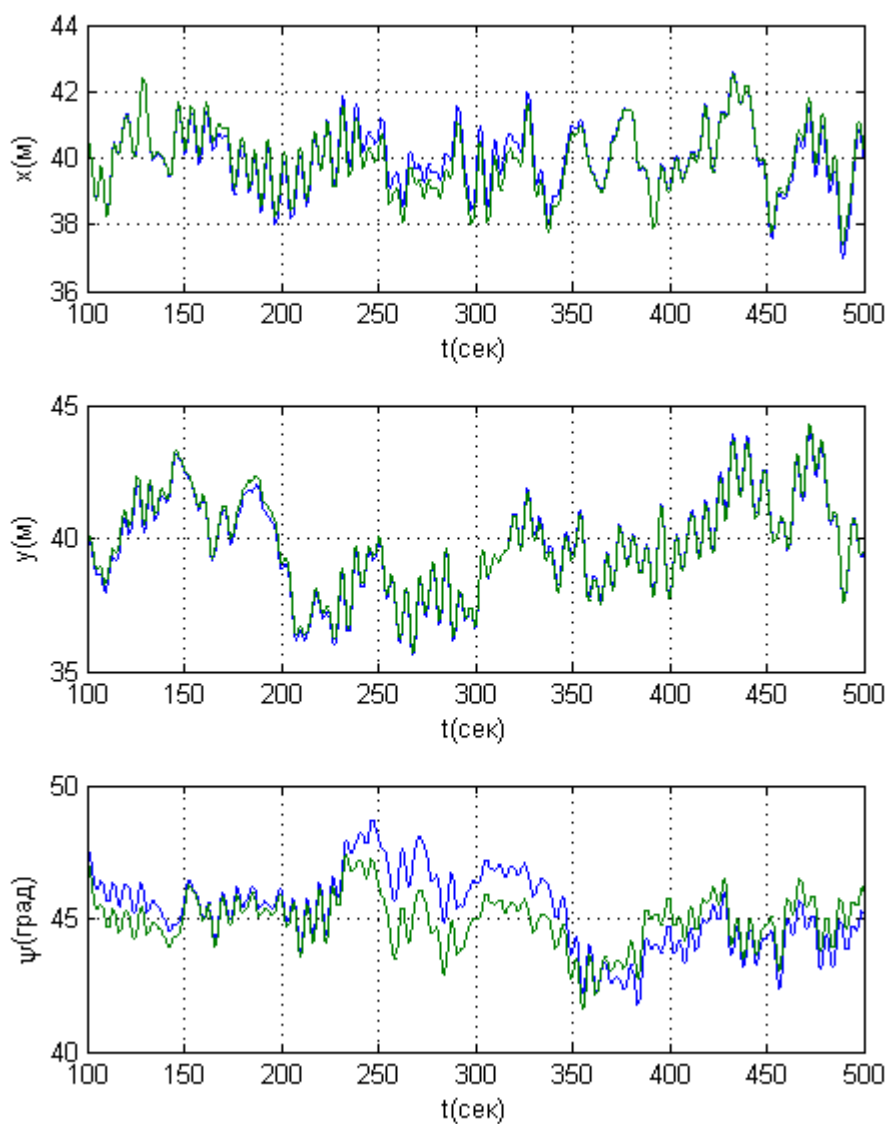


Рис. 16 Переходные процессы систем управления



На рисунке 16 совместно приведены переходные обоих процессы систем управления. Так как они имеют одинаковый базовый регулятор, то попадание в окрестность точки равновесия занимает одинаковое время.

На рисунке 17 приведены совместно графики функционирования систем в точке равновесия при воздействии внешних возмущений. Из рисунков видно, что системы управления удерживают судно в окрестности заданного положения. Судно имеет похожее поведение в обоих случаях.

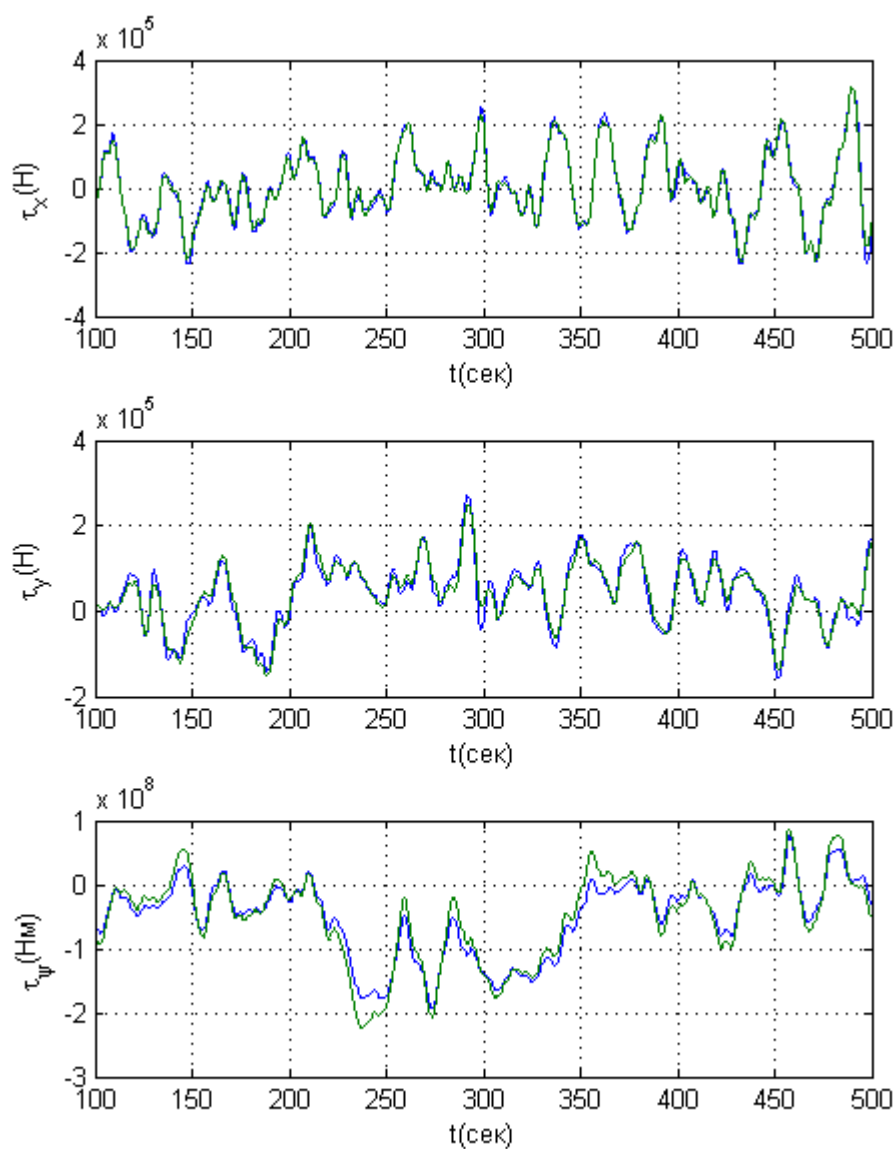


**Рис. 17** Динамика систем в точке равновесия  $\eta=(40\text{м},40\text{м},45^\circ)$

Немного меньшие отклонения дает вторая система для значения угла курса судна.

Теперь представим совместно значения управляющих сигналов систем (рис. 18). Как видно, системы управления выдают похожие сигналы.

Следует отметить особенность системы управления (2.4) – (2.6): возможность легко переключаться между разными корректорами. Так, при малой амплитуде волнения можно использовать простую версию корректора,



**Рис. 18 Управляющие сигналы систем управления**

а при необходимости – переключаться на более продвинутую версию. Такая операция не предусмотрена в первой системе, так как гармоническая составляющая положения судна входит в вектор состояния асимптотического наблюдателя.

На рисунке 19 продемонстрировано такое переключение. Первые 300 секунд работает простая версия корректора, а остальное время работает усложненная версия закона управления. Также этот рисунок демонстрирует преимущество законов управления, обладающих фильтрующим свойством.

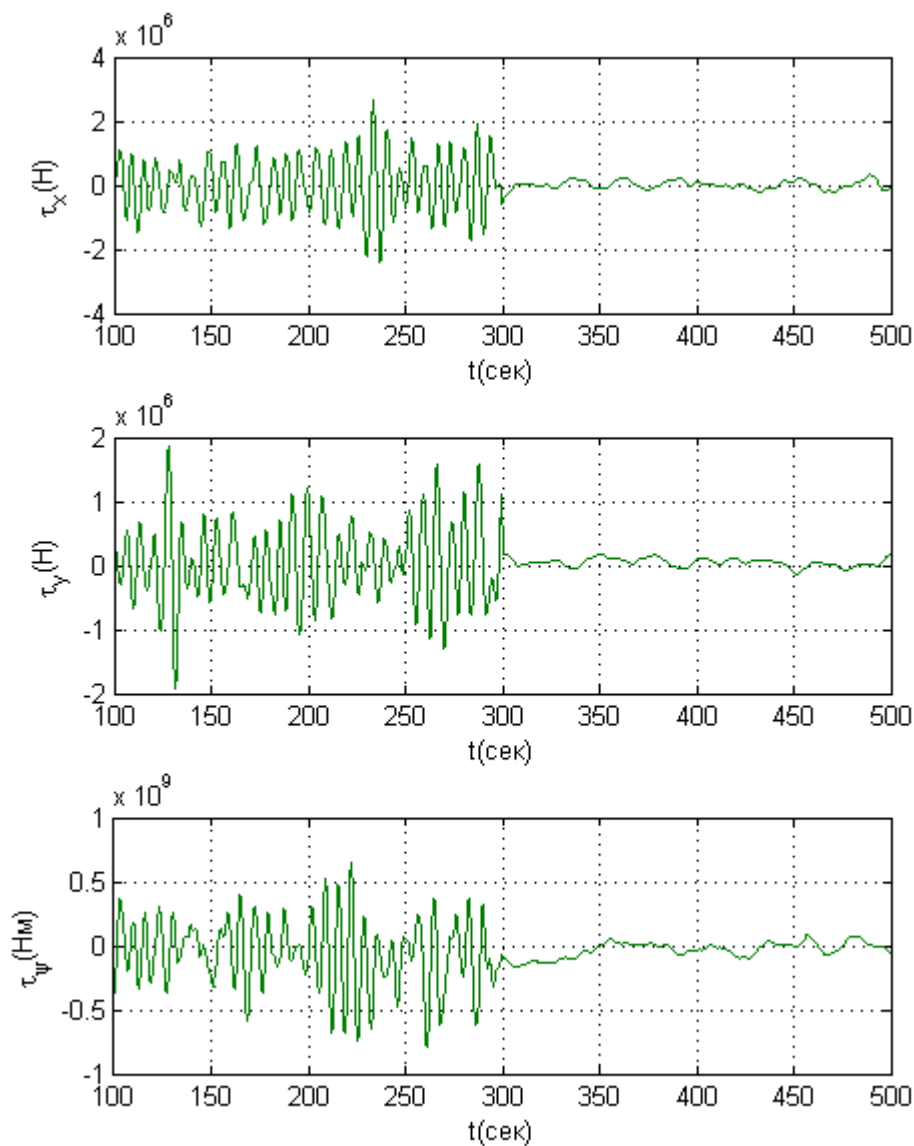
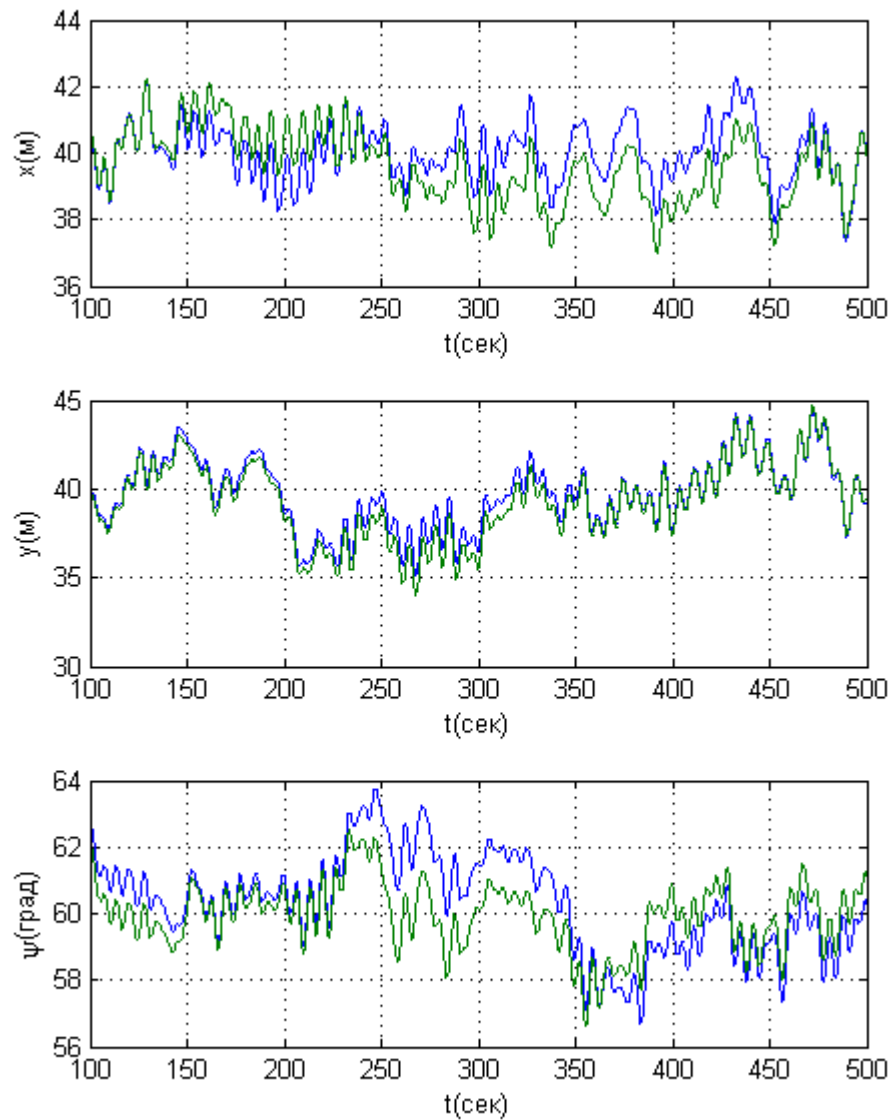


Рис. 19 Переключение между корректорами в системе управления (2.4) – (2.6)

Изменим немного угол стабилизации ( $\psi_0 = 60^\circ$ ). Как было отмечено в предыдущем параграфе, вторая система при изменении угла может терять свои свойства. На рисунке 20 видно, что отклонения положения судна от желаемого положения несколько увеличились, но значение угла все еще ближе к желаемому.



**Рис. 20** Динамика систем в точке равновесия  $\eta=(40м,40м,60^\circ)$

## Выводы

Как показал сравнительный анализ, рассматриваемые подходы дают похожие результаты, несмотря на существенные различия в идеологии построения законов управления.

Закон управления Т.Фоссена выделяется тем, что его параметры имеют свою интерпретацию и почти полностью определяются условиями функционирования, а также не зависят от желаемого положения равновесия морского судна.

Закон управления с динамической коррекцией так же дает неплохие результаты. Эффективность его работы выше, так как он требует решения системы дифференциальных уравнений меньшего порядка. Хотя для этого подхода процедура настройки динамического корректора несколько сложнее, чем для первого варианта, однако здесь имеется возможность дальнейшего улучшения динамического корректора для получения новых свойств системы управления, например настройка дополнительных частот фильтрации.

Одним из главных достоинств закона управления с коррекцией является гибкость его использования. Закон управления дает возможность смены динамического корректора во время функционирования. Это позволяет выбирать режим управления в соответствии с меняющимися условиями. Например, в случае отсутствия каких-либо возмущений можно ограничиться лишь базовой частью закона управления, а при необходимости переключиться на более продвинутые варианты.

## **Заключение**

В ходе выполнения проведенных исследований получены следующие основные результаты, которые выносятся на защиту.

1. Построена математическая модель динамики судна в процессе его динамического позиционирования и рассмотрены два варианта законов автоматического управления, стабилизирующих судно.

2. Создан компьютерный имитационный моделирующий комплекс, позволяющий проводить вычислительные эксперименты для анализа частотных особенностей различных систем управления.

3. Для конкретного судна, управляемого в режиме динамического позиционирования, проведен сравнительный анализ двух вариантов систем управления с фильтрующими свойствами и сделаны выводы об их преимуществах и недостатках.

## Список литературы

1. Balchen, J. G., N. A. Jenssen and S. Sælid. Dynamic Positioning using Kalman Filtering and Optimal Control Theory // IFAC/IFIP Symposium on Automation in Offshore Oil Field Operation, Amsterdam, The Netherlands, 1976. pp. 183—186.
2. Fossen, T. I. and J. P. Strand. Passive Nonlinear Observer Design for Ships Using Lyapunov Methods: Experimental Results with a Supply Vessel // Automatica, 1999. Vol. (35), No. (1) , pp. 3 – 16.
3. Fung, P.T.K.,&Grimble,M.J. Dynamic ship positioning using a self-tuning Kalman filter // IEEE Transactionson Automatic Control, 1983. AC-28(3), pp. 339–350.
4. Loria A., T. I. Fossen, and E. Panteley. A Separation Principle for Dynamic Positioning of Ships: Theoretical and Experimental Results // IEEE Transactions of Control Systems Technology, 2000. Vol. 8, No. 2, pp. 332–343.
5. MATLAB Getting Started Guide/ The MathWorks, Inc. – Natick, 2009. – 272 p. [http://www.mathworks.com/academia/student\\_version/learnmatlab.pdf](http://www.mathworks.com/academia/student_version/learnmatlab.pdf)
6. Strand, J. P. Nonlinear Position Control Systems Design for Marine Vessels // Doctoral Dissertation, Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 1999.
7. Strand, J. P. and T. I. Fossen. Nonlinear Passive Observer for Ships with Adaptive Wave Filtering // New Directions in Nonlinear Observer Design, Springer-Verlag London Ltd., / H. Nijmeijer and T. I. Fossen, Eds., 1999 pp. 113 – 134.
8. Sørensen A. J. Marine Control Systems. Propulsion and Motion Control of Ships and Ocean Structures. Lecture Notes. Department of Marine Technology, NTNU, 2012. 525 p.

9. Veremey E.I. Dynamical Correction of Positioning Control Laws // Proceedings of 9th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems (CAMS-2103). Osaka, Japan, 2013. pp. 31–36.
10. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972. 768 с.
11. Веремей Е. И Линейные системы с обратной связью: Учебное пособие – СПб.: Издательство «Лань», 2013. 448 с.
12. Веремей Е. И., Корчанов В.М., Коровкин М.В., Погожев С.В. Компьютерное моделирование систем управления движением морских подвижных объектов. – СПб.: НИИ Химии СПбГУ, 2002. 370 с.
13. Дьяконов В. П. Simulink 5/6/7: Самоучитель.– М.: ДМК-Пресс, 2008. 784 с.
14. Медведев В.С., Потёмкин В.Г. Control System Toolbox. MATLAB 5 для студентов. М., "Диалог-МИФИ", 1997, 287 с.
15. Черных И.В. "Simulink. Среда создания инженерных приложений" М.: Диалог-МИФИ, 2004. 496 с.



# Приложение

В этом разделе приведены исходные коды программ на языке MATLAB, использовавшихся в ходе исследования.

В листинге 1 приведен код, который инициализирует параметры модели Simulink

## Листинг 1

```
clear;
% params of an external environment
zetai = 0.1;
w0i = 0.8976;

Gamma = [zeros(3) eye(3)];
Omega = [zeros(3) eye(3);
        -diag([w0i^2 w0i^2 w0i^2]) -diag([2*w0i*zetai
2*w0i*zetai 2*w0i*zetai])];
Sigma = [zeros(3); diag(0.8*[1 1 pi/180])];%pi/180

T = eye(3)*1000;
invT = inv(T);
Psi = diag([10000 10000 100000]);

M = diag([5.3122e+6 8.2831e+6 3.7454e+9]);
invM = inv(M);
D = [5.0242e+4      0      0;
     0      2.7229e+5 -4.3933e+6;
     0      -4.3933e+6 4.1894e+8];

%Turning of Fossen's observer
zetani = 1;
wci = 1.1;
kli = -2*wci*(zetani - zetai)/w0i;
k2i = 2*w0i*(zetani - zetai);
k3i = wci;
K1 = [eye(3)*kli;
      eye(3)*k2i];
K2 = eye(3)*k3i;
Kb = diag([1 1 1000])*4e+5;
Lambda = 0.03*Kb;
gamma = 1;

%Turning of Veremey's observer
K1v = diag([0.003 0.003 3])*2e+7;%1e+8;
K2v = diag([1.1 1.1 1.1]);
```

```

%Matrices of the basic controller
Kd = [ 0.0207  0  0;
      0  0.0155  0.0439;
      0  0.0439  4.05]* 1e+8;
Kp = diag([0.0213 0.00990 4.49])*1e+7;

%Matrix of rotation
J = @ (y) [ cos(y(3)) -sin(y(3)) 0
            sin(y(3))  cos(y(3)) 0
            0          0          1];

%Desired position
eta_d = [40;40;45*pi/180];

% in some cases Kdelta can be used as
% simple version of the dynamic corrector
Kdelta = -(D+Kd)*J(eta_d)'*K2v-J(eta_d)'*(Kp+K1v);

% More advanced version of the dynamic corector
alpha_corr = ...

[0          1          0          0          0          0
-0.0228    -0.302 0          0          0          0
0          0          0          1          0          0
0          0      -0.01536 -0.248 0          0
0          0          0          0          0          1
0          0          0          0      -0.03204 -0.358];

beta_corr = ...
[0.017358  0.016900  0
0.001775  0.000810  0
-0.015324  0.014796  0.000245
-0.001744  0.000802 -0.000740
-0.000096  0.000096  9.519900
0.000252 -0.000252  0.624170]*e+8;

gamma_corr = ...
[0  1  0  0  0  0
0  0  0  1  0  0
0  0  0  0  0  1];

mu_corr = ...
[-0.010636 -0.007156  0.000012
0.007800 -0.005029  0.002814
-0.001214 0.001214 -5.924000]e+07;

```

Функции листингов 2 и 3 расположены в элементах MATLAB Function Simulink моделей

#### Листинг 2

```
function res = J(term,y)
res = [cos(y(3)) -sin(y(3)) 0;
       sin(y(3)) cos(y(3)) 0;
       0 0 1]*term;
```

#### Листинг 3

```
function res = J_T(term,y)
res = [cos(y(3)) sin(y(3)) 0;
       -sin(y(3)) cos(y(3)) 0;
       0 0 1]*term;
```

Для отображения графика АЧХ используется программа приведенная в листинге 4. Она реализует уравнения, приведенные в параграфе 2 главы 3.

#### Листинг 4

```
%model of the vessel in state space
Am = @(eta) ([-invM*D,zeros(3);J(eta), zeros(3)]);
Bm = @(eta) ([invM,-invM;zeros(3), zeros(3)]);
Cm = @(eta) ([zeros(3), eye(3);]);
Dm = @(eta) ([zeros(3), zeros(3)]);

%model of Fossen's control law
Af = @(y) [Omega,      zeros(6,3),      zeros(6,3), zeros(6,3)
           zeros(3,6), zeros(3),        zeros(3),  J(y)
           zeros(3,6), zeros(3),        -invT,      zeros(3)
           zeros(3,6), -invM*J(y) '*Kp,   zeros(3),  -invM*(D+Kd)
           ];
Ff = @(y) [K1;K2;Lambda/gamma;invM*J(y) '*Kb/gamma];
Cf = @(y) [Gamma eye(3) zeros(3) zeros(3)];
Tauf = @(y) [zeros(3,6),-J(y) '*Kp,-J(y) ',-Kd];
Df = @(y) zeros(3);

%model of Veremey's control law
Av = @(eta) [alpha_corr,      zeros(6,3),      zeros(6,3)
             invM*gamma_corr, -invM*(D+Kd), -invM*J(eta) '*Kp
             zeros(3,6),      J(eta),          zeros(3)];
Fv = @(eta) [betta_corr;invM*(mu_corr+J(eta) '*K1v);K2v];
Cv = @(eta) [zeros(3,6) zeros(3) eye(3)];
Taufv = @(eta) [gamma_corr,-Kd,-J(eta) '*Kp];
Dv = @(eta) mu_corr;

%model of simple version of Veremey's control law
```

```

Av_simp = @(eta)[-invM*(D+Kd), -invM*J(eta)'*Kp
              J(eta),          zeros(3)];
Fv_simp  = @(eta)[invM*(Kdelta+J(eta)'*K1v);K2v];
Cv_simp  = @(eta)[ zeros(3) eye(3)];
Taufv_simp = @(eta)[-Kd,-J(eta)'*Kp];
Dv_simp  = @(eta)Kdelta;

h = 0.1;
for psi = -pi/12:h:pi/12
    eta = eta_d+[0;0;psi];

    Ami = Am(eta);
    Bmi = Bm(eta);
    Cmi = Cm(eta);
    Dmi = Dm(eta);
    sysm = tf(ss(Ami,Bmi,Cmi,Dmi));

    Afi = Af(eta);
    Ffi = Ff(eta);
    Cfi = Cf(eta);
    Taufi = Tauf(eta);
    Dfi = Df(eta);
    sys2f = tf(ss(Afi-Ffi*Cfi,Ffi,Taufi,Dfi));

    Avi = Av(eta);
    Fvi = Fv(eta);
    Cvi = Cv(eta);
    Tauvi = Taufv(eta);
    Dvi = Dv(eta);
    sys2v = tf(ss(Avi- Fvi*Cvi,Fvi,(Tauvi-Dvi*Cvi),Dvi));

    Avi_simp = Av_simp(eta);
    Fvi_simp = Fv_simp(eta);
    Cvi_simp = Cv_simp(eta);
    Tauvi_simp = Taufv_simp(eta);
    Dvi_simp = Dv_simp(eta);
    sys2v_simp = tf(ss(Avi_simp-
Fvi_simp*Cvi_simp,Fvi_simp,(Tauvi_simp-
Dvi_simp*Cvi_simp),Dvi_simp));

    sys_dyn_v = lft(sysm,[sys2v;sys2v],3,3);
    sys_dyn_v_simp = lft(sysm,[sys2v_simp;sys2v_simp],3,3);
    sys_dyn_f = lft(sysm,[sys2f;sys2f],3,3);
    DrawCharacteristics( sys_dyn_f(1,1),1 ,[0 0 0.5]);
    DrawCharacteristics( sys_dyn_v(1,1),1 ,[0 0.5 0] );
    DrawCharacteristics( sys_dyn_v_simp(1,1),1 ,[0.7 0 0]);
end;
xlabel('\omega_x(c^{-1})');
ylabel('A_x(\pi B)');

```

Код вспомогательной функции, которая выводит графики АЧХ представлен в листинге 5.

#### Листинг 5

```
function DrawFrequencyResponse( tf_func,mag_pic,color )
    w = logspace(-2,1,1000);
    r = freqresp(tf_func,1i*w);
    frMag = abs(squeeze(r));
    figure(mag_pic);
    loglog(w,frMag,'color',color);
    hold on;
end
```